

Équations de réaction-diffusion et invasions biologiques

Cours proposé par François Hamel

Des phénomènes observés dans des contextes très variés sont modélisés par des propagations d'ondes ou de fronts progressifs : invasions d'espèces biologiques, propagations d'épidémies, propagations d'influx nerveux dans les neurones, etc. Ce cours développera des méthodes mathématiques pour analyser la propagation des fronts. Les propriétés fondamentales des équations elliptiques et paraboliques linéaires et non linéaires seront d'abord introduites. On se propose ensuite d'étudier l'existence de solutions de type fronts progressifs pour des équations de réaction-diffusion non linéaires, et d'en déterminer leur vitesse et leur stabilité pour les problèmes de Cauchy. On étudiera également les conditions de persistance ou d'extinction en temps long des solutions des problèmes de Cauchy. Différents cadres de modélisation faisant intervenir des fronts progressifs seront présentés.

- 1. Introduction.** Propagation d'ondes dans les milieux excitables, équations de réaction-diffusion, fronts plans.
- 2. Rappels de résultats sur des équations elliptiques et paraboliques.** Existence et estimations a priori, principes du maximum et principes de comparaison, valeur propre principale d'un opérateur elliptique.
- 3. Ondes progressives planes.** Existence de fronts, monotonie, unicité ou non des vitesses, formules pour les vitesses uniques ou minimales de fronts plans.
- 4. Dynamique des fronts.** Stabilité d'ondes progressives planes, vitesse asymptotique de propagation.
- 5. Fronts courbes, fronts coniques, fronts de vitesses variables.** Interaction de fronts plans, solutions globales d'équations paraboliques du type KPP.
- 6. Vitesse de propagation.** Formule spectrale, influence de la géométrie, de la réaction, de la diffusion et du transport, propagation dans des écoulements rapides.
- 7. Dynamique des populations en environnement fragmenté.** Invasions biologiques dans des milieux hétérogènes, conditions pour la conservation ou l'extinction d'espèces.