

# Morphismes et ordre

Anna E. Frid

`anna.frid@univ-amu.fr`

Proposition d'un stage TER 2020

Un *morphisme* est une fonction qui substitue une lettre par un mot et qui peut être appliquée à un mot lettre par lettre. Par exemple, le morphisme  $f : a \rightarrow ab, b \rightarrow ba$  appliqué au mot  $abaa$  donne  $f(abaa) = abbaabab$ .

On dit qu'un morphisme *préserve l'ordre* si pour tous mots  $x, y$  tels que  $x < y$  on a  $f(x) < f(y)$ . On peut démontrer que le morphisme  $f$  préserve l'ordre. Si par contre pour *tous* mots  $x, y$  tels que  $x < y$  on a  $f(x) > f(y)$ , on dit que le morphisme *inverse l'ordre*.

Borchert et Rampersad ont démontré que tout morphisme sur l'alphabet binaire  $\{a, b\}$  préserve l'ordre ou inverse l'ordre. En tout cas, le carré de tout morphisme préserve l'ordre.

Sur l'alphabet ternaire  $\{a, b, c\}$  ceci n'est plus le cas comme le montre le morphisme  $a \rightarrow ac, b \rightarrow ab, c \rightarrow ba$ . Le but de ce stage est d'étudier les situations possibles : quel peut être l'ordre parmi les images de  $a, b, c$  quand on applique  $f, f^2, f^3$  etc. ?

## Références

- [1] A. Borchert, N. Rampersad, Permutation complexity of images of Sturmian words by marked morphisms, *Discrete Mathematics & Theoretical Computer Science* 20 :1 (2018), 9pp.