

STAGE M1: ENSEMBLES DE PÉRIMÈTRE FINI

ENEAS PARINI
I2M - SITE CHATEAU-GOMBERT

Le but de ce stage est de découvrir les *ensembles de périmètre fini* et certaines de leurs propriétés. La première question qu'on peut se poser est la suivante : comment peut-on définir de façon appropriée la notion de *périmètre* d'un ensemble mesurable $E \subset \mathbb{R}^N$? Une première idée pourrait être de considérer la mesure de Hausdorff $(N - 1)$ -dimensionnelle de sa frontière topologique ∂E (qui correspond, pour des ensembles dont la frontière est suffisamment lisse, à la mesure de surface usuelle). Malheureusement, pour des ensembles généraux cette notion s'avère ne pas être très appropriée : en effet, considérons les ensembles

$$E := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\| = 1\}, \quad F := E \setminus ([0, 1] \times \{0\}).$$

E et F sont égaux presque partout (à moins d'un ensemble négligeable pour la mesure de Lebesgue), mais $\mathcal{H}^1(\partial E) = 2\pi$, tandis que $\mathcal{H}^1(\partial F) = 2\pi + 1$. Du coup, il est nécessaire d'introduire la notion de *périmètre distributionnel*, qui ne présente pas l'inconvénient qu'on vient de décrire, et qui permet de montrer l'existence de formes optimales pour des problèmes du type

$$\min\{P(E) \mid E \subset \Omega, |E| = V\},$$

où $P(E)$ est le périmètre distributionnel de E , Ω est un ouvert borné, et la mesure de Lebesgue $|E|$ de l'ensemble E est fixée.

Le texte de référence sera l'ouvrage de Francesco Maggi, "Sets of finite perimeter and geometric variational problems", paru en 2012. Le stage est accessible aux étudiants qui ont des connaissances de base en théorie de la mesure.

REFERENCES

- [1] F. Maggi, *Sets of finite perimeter and geometric variational problems. An introduction to geometric measure theory*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 135. Cambridge University Press, Cambridge, 2012.

(E. Parini) AIX MARSEILLE UNIV, CNRS, CENTRALE MARSEILLE, I2M
39 RUE FREDERIC JOLIOT CURIE
13453 MARSEILLE, FRANCE
E-mail address: enea.parini@univ-amu.fr