

# Mathématiques pour l'aide à la décision :

## Applications dans les études de risques

Jean Baccou  
Eric Chojnacki

# Sommaire

Sommaire

Théories de l'incertain pour la prise en compte des incertitudes dans les modèles

Géostatistiques pour le traitement de l'information spatialisée

Réseaux Bayésiens pour la construction de systèmes experts

# Théories de l'incertain pour la prise en compte des incertitudes dans les modèles

## Sommaire

Théories de l'incertain pour la prise en compte des incertitudes dans les modèles

Géostatistiques pour le traitement de l'information spatialisée

Réseaux Bayésiens pour la construction de systèmes experts

# Prise en compte des incertitudes

## ➤ Incertitudes et simulations numériques

### I Incertitudes en simulation numérique

- Construction des modèles (e.g. hypothèses, formulation mathématique)
- Variables d'entrées des modèles (e.g. paramètres, conditions initiales, aux bords)
- Approximations numériques (e.g. erreurs de discrétisation, de convergence)

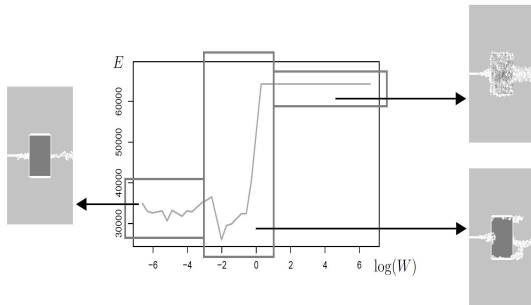
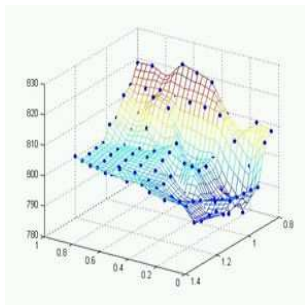
### I Méthodes pour prendre en compte les incertitudes

- Approche conservative
- Approche BEPU (Best Estimate Plus Uncertainty)
  - Quantification des incertitudes d'“entrée”
  - Evaluation des incertitudes de “sortie”
  - Validation des incertitudes

# Prise en compte des incertitudes

## ➤ Quelques exemples en analyse de risques

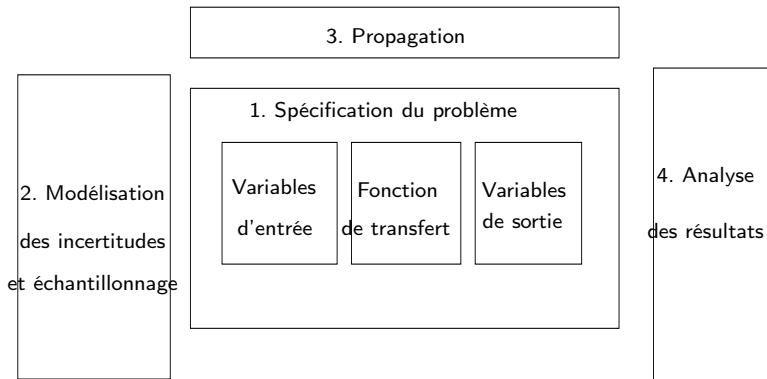
- Résultats de simulation d'un code de calcul  
Prise en compte des incertitudes dans les études de sûreté nucléaire



⇒ estimer l'impact des incertitudes (respect des critères de sûreté), planifier de nouvelles simulations pour affiner la connaissance sur le comportement de la réponse (valeurs fortes, proches d'un seuil de sûreté) du code

# Analyse d'incertitudes

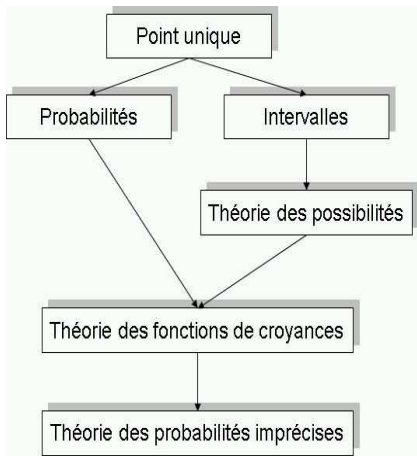
## ➤ Démarche générale



# Analyse d'incertitudes

## ➤ Traitement mathématique

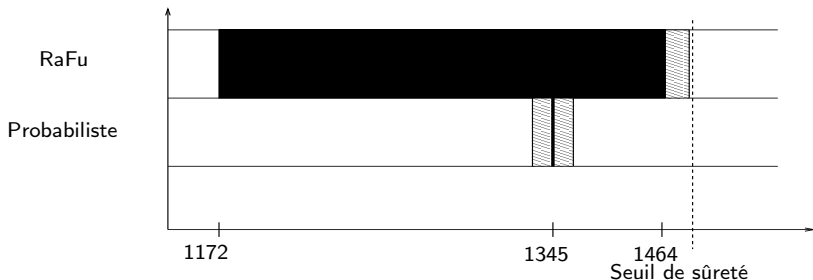
- Modélisation et échantillonnage : choix d'une loi de probabilité associée à chaque variable d'entrée, spécification d'une structure de dépendance, échantillonnage par tirage de Monte Carlo
- Analyse probabiliste des résultats : estimations de quantités statistiques pour l'analyse de risques (quantiles)
- Développement de nouvelles approches en présence d'information incomplète dans le cadre des théories de l'incertain [Ferson, Ginzburg \[4\]](#), [Baudrit, Dubois, Guyonnet \[1\]](#), [Chojnacki, Baccou, Destercke \[2\]](#)



# Application sur un cas d'étude IRSN

## ➤ Résultat numérique

Simulation de la température maximale d'une gaine de combustible en situation accidentelle, 10 variables d'entrée incertaines (2 variables aléatoires, 8 variables imprécises)



Estimation du quantile à 95% à l'aide des méthodes RaFu et probabiliste. Dans le cas de la méthode RaFu, le rectangle noir représente l'ensemble de variation du quantile quand on introduit de l'imprécision. Pour l'approche probabiliste, la barre verticale épaisse indique l'estimation du quantile. La partie hachurée représente l'incertitude numérique.



# Géostatistiques pour le traitement de l'information spatialisée

Sommaire

Théories de l'incertain pour la prise en compte des incertitudes dans les modèles

Géostatistiques pour le traitement de l'information spatialisée

Réseaux Bayésiens pour la construction de systèmes experts

# Données spatialisées

## ➤ Quelques exemples en analyse de risques

- | Mesures de concentration en radioélément sur un territoire  
Surveillance de l'environnement



⇒ interpoler, planifier de nouvelles mesures (ajout de capteurs dans les zones où les valeurs sont proches d'un seuil, dans les zones à forte densité de population)

# Planification d'expériences

## ➤ Motivations et objectifs

### | Applications IRSN :

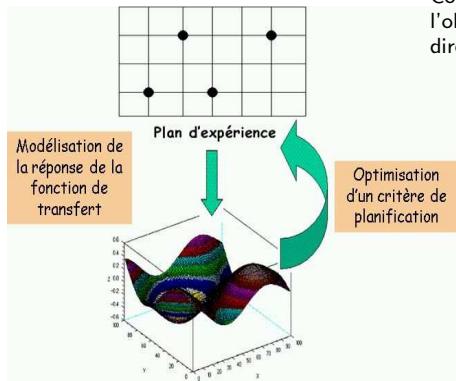
- Sûreté des réacteurs : analyse de la fissuration mécanique des matériaux constituant les centrales nucléaires (gaine, béton), quantification des incertitudes des paramètres d'entrée des codes
- Surveillance de l'environnement : extension de réseaux de capteurs de mesure, cartographie de zones contaminées

### | Expérimentation impliquant des fonctions de transfert coûteuses à évaluer

### | Raffinement local de plan d'expériences dans des zones d'intérêt de l'espace de variation de la fonction de transfert

# Planification d'expériences

## ➤ Principe



Construction de plans d'expériences adaptés à l'objectif visé (type de zones d'intérêt) : deux directions de recherche

- Modélisation du comportement de la fonction de transfert
- Critère de planification

# Modélisation

## ➤ Méthodes de la géostatistique

Wackernagel [6]

- Méthodes stochastiques de prédiction de données
- $\{f(x_i)\}_{i=1\dots N}$  réalisations de l'ensemble de variables aléatoires  $\{\mathcal{F}(x_i), i = 1 \dots N\}$  issues du processus aléatoire  $\{\mathcal{F}(x), x \in \mathcal{D}\}$ ,

$$\mathcal{F}(x) = m(x) + \delta(x)$$

où  $m(x)$  est un terme de tendance et  $\{\delta(x), x \in \mathcal{D}\}$  est un processus (gaussien) de moyenne nulle et spatialement corrélé,

- Sous une hypothèse de stationnarité, la corrélation spatiale peut être estimée via un semi-variogramme (ou une fonction de covariance) :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \mathbb{E}((\delta(x+h) - \delta(x))^2)$$

- Estimateur du krigeage ordinaire ( $m(x) = cte$ ) :  $\mathcal{P}(\mathcal{F}, x^*) = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathcal{F}(x_i)$ , si  $u = (\lambda_i)_i$ ,  $R = [\gamma(\|x_j - x_k\|)]_{j,k}$ ,  $b = [\gamma(\|x^* - x_k\|)]_k$ ,

$$\begin{bmatrix} R & \mathbf{1} \\ \mathbf{1}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ 1 \end{bmatrix}$$

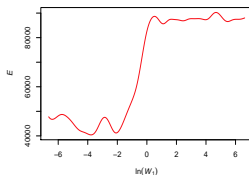
# Exemple de développement

## ➤ Prédiction de phénomènes hétérogènes

- Fonctions de transfert ayant un comportement présentant de fortes variations locales

Exemple : simulation numérique de la tenue mécanique de la gaine contenant le combustible nucléaire, effet "falaise" dû à la compétition entre plusieurs phénomènes physiques

Temps de calcul pour une simulation : quelques heures à plusieurs jours

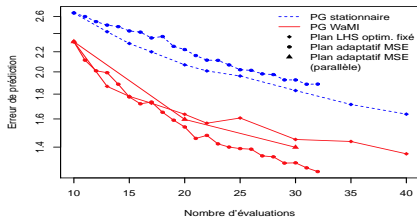


- 2 axes de développement : [Marmin](#), [Ginsbourger](#), [Baccou](#), [Liandrat](#) [5]
  - Modélisation du comportement de la fonction de transfert : approche par processus gaussiens non stationnaires (déformation de l'espace des variables d'entrée)
  - Construction de critères de planification pour raffiner le plan d'expériences dans les zones de fortes variations

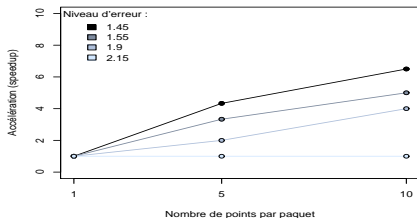
# Application sur un cas d'étude IRSN

## ➤ Quelques résultats numériques

Planification adaptative pour la prédiction de l'énergie de rupture. Erreur de prédiction en fonction du nombre de points dans le plan pour différents choix de modèles et de critères.



Accélération de la parallélisation de l'algorithme séquentiel pour le modèle non stationnaire et pour différents niveaux de d'erreur à atteindre.



# Réseaux Bayésiens pour la construction de systèmes experts

Sommaire

Théories de l'incertain pour la prise en compte des incertitudes dans les modèles

Géostatistiques pour le traitement de l'information spatialisée

Réseaux Bayésiens pour la construction de systèmes experts



# Systemes experts

## ➤ Définition

- | Outil capable de reproduire les mécanismes cognitifs d'un expert, dans un domaine particulier. Il s'agit de l'une des voies tentant d'aboutir à l'intelligence artificielle.  
Système expert - Wikipédia
- | Logiciel qui a la capacité de résoudre des problèmes difficiles dans un domaine particulier, de répondre à des questions en effectuant un raisonnement à partir d'observations et de règles connues
- | Un système expert se compose de trois éléments :
  - Une base de connaissances : ensemble des informations génériques dans lequel le système expert va opérer (base de données du problème et liens entre les données)
  - Une base d'observations : ensemble des informations contingentes à partir desquelles des inférences peuvent être menées
  - Un moteur d'inférence : ensemble d'algorithmes utilisé pour réaliser les inférences

# Réseaux Bayésiens

## ↗ Rappels

- | Théorème de Bayes : permet de mettre en relation deux évènements  $A$  et  $B$  :

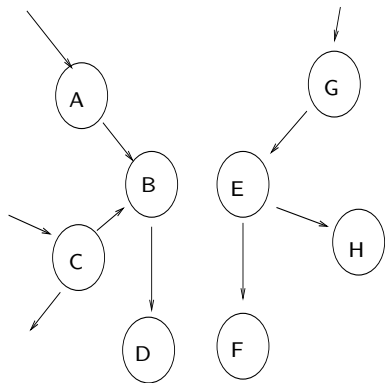
$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

⇒ Le lien cause effet est réversible

- | Peut-on en fonction des observations revoir notre degré de confiance ?

# Réseaux Bayésiens

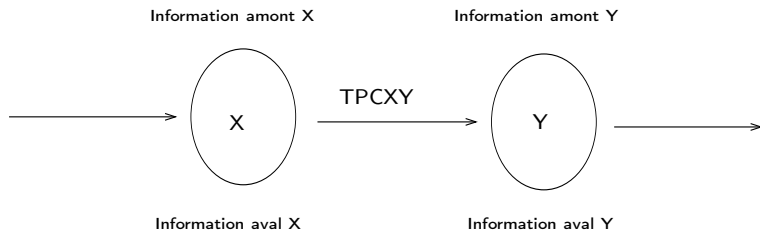
## ➤ Principe



- | Une flèche modélise une relation de causalité
- | A chaque "effet" (i.e. une variable qui a des parents) est associé un micro-processeur permettant de communiquer l'information provenant de ses parents et inversement
- | Traitement algorithmique des informations locales à un niveau global : une information circule dans le graphe si et seulement si elle est connectée

# Réseaux Bayésiens

## ➤ Le micro-processeur bayésien



- Lien causal entre X et Y codé au moyen d'une table de probabilité conditionnelle TPCXY.
- Machinerie calculatoire du micro-processeur bayésien :

Chainage amont  
Chainage arrière  
Actualisation de l'information

Information amont Y = Information amont X \* TPCXY  
Information aval X = TPCXY \* Information aval Y  
 $P(Y) = \text{Information amont Y} * \text{Information aval Y}$

# Applications IRSN

## ➤ Quelques exemples

| Sûreté incendie

| Protection environnement

| Protection santé

Illustration :

temps fermeture			nombre compartiments			volume			qmax		
2min30s	1	100%	1	1	100%	50-100 m3	1	0%	800-1500 kW	1	0%
20min	0	0%	2	0	0%	100-200 m3	1	200%	1500-2200 kW	0	0%
inf	1	0%	3	1	0%	200-300 m3	0	0%	2200-3000 kW	1	100%
						300-400 m3	0	0%			
						400-500 m3	0	0%			
						500-600 m3	0	0%			
						600-700 m3	0	0%			
						700-800 m3	0	0%			
						800-900 m3	0	0%			
						900-1000 m3	0	0%			

calcul incendie!

pression L1			dp pcf			Tsup local 1			Tsup local 2		
<20mbar	0	0%	<20mbar	0	0%	<65 °C	1	0%	<65 °C	1	100%
20-40mbar	0	0%	20-40mbar	0	0%	65-100 °C	0	0%	65-100 °C	0	0%
40-60mbar	1	76%	40-60mbar	1	79%	100-140 °C	0	0%	100-140 °C	0	0%
>60mbar	1	24%	>60mbar	1	22%	140-180 °C	1	3%	140-180 °C	0	0%
						180-210 °C	0	0%	180-210 °C	0	0%
						210-300 °C	0	0%	210-300 °C	0	0%
						300-350 °C	0	0%	300-350 °C	0	0%
						350-400 °C	0	0%	350-400 °C	0	0%
						400-500 °C	1	9%	400-500 °C	0	0%
						>500 °C	1	0%	>500 °C	1	0%

# Exemple d'application

## ➤ Sûreté incendie

Chojnacki, Plumecocq, Audouin [3]

Volume du local source (m <sup>3</sup> )			Volume du local cible (m <sup>3</sup> )			TR du local source (h <sup>-1</sup> )			Résistance thermique de la PCF (m <sup>-2</sup> )			Temps de fermeture des CCF du local source			Temps de fermeture des CCF du local cible		
100-300	1	0%	100-300	0	0%	1-5	0	0%	1000-3000	1	8%	0s	0	0%	0s	0	0%
300-500	1	0%	300-500	1	100%	5-10	1	100%	3000-6000	1	32%	2min30s	0	0%	2min30s	1	33%
500-700	1	0%	500-700	0	0%	10-20	0	0%	6000-9000	1	60%	20min	1	100%	20min	1	33%
700-1000	1	0%	700-1000	0	0%	20-40	0	0%				infini	1	0%	infini	1	33%
1000-3000	1	20%	1000-3000	0	0%												
3000-7000	1	80%	3000-7000	0	0%												
			infini	0	0%												

Cinétique du feu			Puissance maximale du feu en milieu bien ventilé (MW)			Taux de fuite du local source (vol/h)			Taux de fuite du local cible (vol/h)			Loi de limitation de la extinction du feu			Taux de production des suies (g)		
ultra lent	1	0%	200-800	0	0%	0	1	100%	0	1	13%	1	1	25%	0-2	1	30%
lent	1	30%	800-1500	0	0%	0,1-0,4	1	0%	0,1-0,4	1	23%	2	1	25%	2-5	1	20%
moyen	1	18%	1500-3000	0	0%	0,4-0,7	1	0%	0,4-0,7	1	31%	3	1	25%	5-10	1	20%
rapide	1	19%	3000-6000	1	100%	0,7-1	1	0%	0,7-1	1	33%	4	1	25%	10-15	1	20%
ultra rapide	1	24%													15-20	1	20%

Pression maximale du local source (hPa)			Pression maximale du local cible (hPa)			Pression différentielle à la PCF (hPa)			Température maximale des gaz du local source (°C)			Température maximale des gaz du local cible (°C)			Concentration maximale des suies du local source (g/m <sup>3</sup> )			Concentration maximale des suies du local cible (g/m <sup>3</sup> )		
<20	1	0%	<20	1	82%	<20	0	0%	<65	1	0%	<65	1	96%	<1	1	15%	<1	1	74%
20-40	1	0%	20-40	1	8%	20-40	0	0%	65-100	1	3%	65-100	1	2%	1-2	1	11%	1-2	1	12%
40-60	1	32%	40-60	1	2%	40-60	0	0%	100-140	1	30%	100-140	1	0%	2-3	1	9%	2-3	1	5%
>60	1	68%	>60	1	6%	>60	1	100%	140-180	1	30%	140-180	1	0%	3-5	1	14%	3-5	1	5%
									180-210	1	11%	180-210	1	0%	5-10	1	26%	5-10	1	4%
									210-300	1	9%	210-300	1	0%	>10	1	32%	>10	1	1%
									300-350	1	0%	300-350	1	0%						
									350-400	1	0%	350-400	1	0%						
									400-500	1	0%	400-500	1	0%						
									>500	1	0%	>500	1	0%						

## Références



C. Baudrit, D. Dubois, and D. Guyonnet.

Joint propagation and exploitation of probabilistic and possibilistic information in risk assessment models.

*IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 14(5) :593–608, 2006.



E. Chojnacki, J. Baccou, and S. Destercke.

Numerical sensitivity and efficiency in the treatment of epistemic and aleatory uncertainty.

*Int. J. Intell. Syst.*, 39(7) :683–704, 2010.



E. Chojnacki, W. Plumecocq, and L. Audouin.

An expert system approach based on a SYLVIA database.

*15th Int. Seminar on Fire Safety in Nuclear Power Plants And Installations (SMIRT 24 - Post Conference Seminar)*, 2017.



S. Ferson and L.R. Ginzburg.

Different methods are needed to propagate ignorance and variability.

*Reliab. Eng. Syst. Saf.*, 54 :133–144, 1996.



S. Marmin, D. Ginsbourger, J. Baccou, and J. Liandrat.

Warped gaussian processes and derivative-based sequential design for functions with heterogeneous variations.

*SIAM/ASA J. Uncertain. Quantif.*, 2018.



H. Wackernagel.

*Multivariate Geostatistics*.

Springer, 1998.