Sujet de TER.

Le théorème de Cochran.

Le théorème de Cochran s'énonce de la façon suivante : soit X un vecteur gaussien à valeurs dans $\mathbb{R}^n$, de covariance $\sigma^2 I_n$, et F un sous-espace de $\mathbb{R}^n$. Alors les projections respectives de X sur F et $F^\perp$ sont deux vecteurs gaussiens indépendants.

Ce résultat remarquable, spécifique aux vecteurs gaussiens, est d'une importance capitale en statistiques car il est à la base de nombreux tests : test de Fisher, test du chi-deux, ANOVA...

Le but de ce TER est double. Tout d'abord il faut comprendre les outils mathématiques utilisés dans la preuve du théorème de Cochran : les fonctions caractéristiques pour des vecteurs aléatoires, ainsi qu'un peu d'algèbre bilinéaire élémentaire (en particulier le groupe orthogonal a une grande importance). Dans un deuxième temps, on pourra présenter les tests cités plus haut. On peut aussi imaginer tester l'indépendance des projections orthogonales dans le théorème de Cochran.

Ce TER s'adresse donc à tout étudiant curieux de comprendre les phénomènes géométriques qui sont à l'oeuvre dans la théorie des vecteurs gaussiens, et qui a envie de s'initier à la statistique mathématique.

Le sujet est très bien documenté, une bonne introduction est par exemple la page Wikipedia à ce propos.